EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D/F

Varianta ….**012**

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2.Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se calculeze distanța de la punctul $A(2,3)$ la punctul $B(3,4)$.

(4p) **b)** Să se calculeze $cos^2 201 + sin^2 201$.

(4p) **c)** Să se calculeze aria unui triunghi echilateral cu latura de lungime $\sqrt{5}$.

(4p) **d)** Să se determine conjugatul numărului complex $-2+5i$.

(2p) **e)** Să se calculeze $a,b \in \mathbf{R}$, astfel încât punctele $A(2,3)$ și $B(3,4)$ să fie pe dreapta de ecuație $x+ay+b=0$.

(2p) **f)** Să se calculeze BC, dacă în triunghiul ABC, $AB=3, AC=2$ şi $m\left(\widehat{BAC}\right)=90^\circ$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix} 8 & -7 \\ 7 & 8 \end{vmatrix}$.

(3p) **b)** Să se calculeze probabilitatea ca un element $n \in \{1,2,3,4,5\}$ să verifice relația $2^n < 10$.

(3p) **c)** Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația $3^x - 9 = 0$.

(3p) **d)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale strict pozitive ecuația $log_4 x = -1$.

(3p) **e)** Să se calculeze expresia $E = C_5^1 - C_5^4$.

2. Se consideră funcția $f:(0,\infty)\to\mathbf{R}$, $f(x)=1+\dfrac{1}{x^2}$.

(3p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in(0,\infty)$.

(3p) **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}$.

(3p) **c)** Să se arate că funcția f este descrescătoare pe intervalul $(0,\infty)$.

(3p) **d)** Să se calculeze $\int_1^2 f(x)dx$.

(3p) **e)** Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n+3}{3n+2}$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră numărul real $\omega = 2-\sqrt{3}$ şi mulţimea $M = \{a+b\omega \mid a,b\in \mathbf{Z}\}$. Notăm $\overline{\omega} = 2+\sqrt{3}$ şi cu $G = \{z\in M \mid \exists x\in M \textit{ astfel încât } x\cdot z = 1\}$.

(4p) **a)** Să se verifice că $0\in M$ şi $1\in M$.

(4p) **b)** Să se verifice că $\omega^2 = 4\omega - 1$.

(4p) **c)** Să se arate că, dacă $z, y\in M$, atunci $z+y\in M$ şi $z\cdot y\in M$.

(2p) **d)** Să se arate că $(a+b\omega)(a+b\overline{\omega})\in \mathbf{Z}$, $\forall a,b\in \mathbf{Z}$.

(2p) **e)** Să se arate că $\omega\in G$.

(2p) **f)** Să se arate că mulţimea G are cel puţin 2006 elemente.

(2p) **g)** Să se arate că $\omega^{2006}\notin \mathbf{Q}$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcţia $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x) = e^{3x}+2$.

(4p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in\mathbf{R}$.

(4p) **b)** Să se verifice că $f(x)>0, \forall x\in\mathbf{R}$ şi $f'(x)>0$, $\forall x\in\mathbf{R}$.

(4p) **c)** Să se determine ecuaţia asimptotei către $-\infty$ la graficul funcţiei f.

(2p) **d)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.

(2p) **e)** Să se arate că $t^2+t+1>0$, $\forall t\in\mathbf{R}$ şi $t^2-t+1>0$, $\forall t\in\mathbf{R}$.

(2p) **f)** Să se verifice identitatea $f'(x) = \frac{1}{2}\left((f'(x))^2 + f'(x)+1\right) - \frac{1}{2}\left((f'(x))^2 - f'(x)+1\right)$, $\forall x\in\mathbf{R}$.

(2p) **g)** Să se arate că există două funcţii $g:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ şi $h:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ strict crescătoare, astfel încât $f(x) = g(x)-h(x)$, $\forall x\in\mathbf{R}$.